

類 科：氣象

科 目：應用數學（包括微積分、微分方程與向量分析）

考試時間：2 小時

座號：_____

※注意：(一)禁止使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(三)本科目除專門名詞或數理公式外，應使用本國文字作答。

一、請解下列的初始值問題（Please solve the following initial value problem）。（20 分）

$$x^2 y'' + xy' - y = 16x^3, \quad y(1) = -1, \quad y'(1) = 1$$

二、請找出下列函數的傅利葉轉換（Please find the corresponding Fourier transform of the following function）。（20 分）

$$f(x) = kx, \quad \text{if } a < x < b \text{ and } 0 \text{ otherwise.}$$

三、請解下列的線性系統（Please solve the following linear system）。（20 分）

$$\begin{cases} 3x - 2y + z = 13 \\ -2x + y + 4z = 11 \\ x + 4y - 5z = -31 \end{cases}$$

四、請解下列的偏微分方程式。（20 分）

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = \frac{\partial u}{\partial x}$$

五、請解出下列函數以 z_0 為中心的所有的泰勒級數和羅蘭級數並決定其收斂半徑（Please find all Taylor and Laurent series with center z_0 of the following functions and determine their associated radius of convergence）。

（20 分）

$$\frac{z^8}{1-z^4}, \quad z_0 = 0$$